sich nun einfach angeben. Wenn Z die Rohrlänge und U der Rohrumfang ist und Δx der Abstand zwischen innerem und äußerem Rohr, zwischen denen der Temperaturunterschied ΔT aufrechterhalten wird, so fließt, wenn wir noch die Wärmeleitfähigkeit mit λ bezeichnen, pro Sekunde der Wärmestrom Q nach außen:

$$Q_{\text{pro s}} = ZU\lambda \frac{dT}{dx} = ZU\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \tag{8}$$

Gleichzeitig zapfen wir pro Sekunde den Gasstrom G ab, in dem die Konzentration von c_0 auf c_z erhöht ist. Pro Gramm des abgezapften Gases wird also die Wärmemenge $Q_{\text{pro s}}/G$ verbraucht. Beziehen wir den Wärmeverbrauch auf Mol, so müssen wir $Q_{\text{pro s}}/G$ noch mit dem Molekulargewicht M multiplizieren

$$Q_{\text{pro mol}} = M \frac{ZU\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}}{G} = \frac{MlU\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}}{\tau_0} \cdot \frac{\frac{Z}{l}}{\frac{G}{\tau_0}} \tag{9}$$

Dabei haben wir in dem letzten Ausdruck eine für das folgende zweckmäßige Umformung vorgenommen. Benutzen wir nämlich nun die Gleichungen (20) aus *J*, l. c., und die aus der kinetischen Gastheorie folgende Beziehung $M\lambda/\rho D = 1{,}3\, C_v$ (mit C_v = spezifische Wärme pro Mol), so erhalten wir aus (9) schließlich die Gleichung:

$$Q_{\text{pro mol}} = 1{,}85 \frac{C_v \Delta T}{\left(\alpha \frac{\Delta T}{T}\right)^2} \left\{1 + 2\left(\frac{\Delta x_0}{\Delta x}\right)^6\right\} \frac{\frac{Z}{l}}{\frac{G}{\tau_0}} \tag{10}$$

Darin ist der letzte Faktor aus Gl. (7) bzw. Abb. 1 oder 2 zu entnehmen. Einen bequemen Überblick erhält man wieder, wenn man für Z/l den kleinstmöglichen Wert (5) und für G/τ_0 den größtmöglichen Wert (4) einsetzt. So ergibt sich:

$$Q_{\text{pro mol}} > Q_0 \tag{11}$$

mit

$$Q_0 = 1{,}85 \frac{C_v \Delta T}{\left(\alpha \frac{\Delta T}{T}\right)^2} \left\{1 + 2\left(\frac{\Delta x_0}{\Delta x}\right)^6\right\} \frac{c_z - c_0}{c_0(1 - c_0)} \ln\left[\frac{c_z}{c_0} \frac{1 - c_0}{1 - c_z}\right] \tag{11a}$$

Neben dem konzentrationsabhängigen letzten Faktor ist noch die geschweifte Klammer $1 + 2\,(\Delta x_0/\Delta x)^6$ von Interesse. Der zweite Term darin ist (wie in *J*, l. c., bei Gl. 31 erörtert) durch die Rückdiffusion längs des Rohres bedingt. Diese läßt sich unschädlich machen dadurch, daß man die Rohrweite Δx groß macht gegenüber der charakteristischen Weite Δx_0 (vgl. *J*, l. c., Gl. 20c). Jedoch wird dadurch auch nach *J*, l. c., Gl. 20b, die erforderliche Rohrlänge sehr groß; so daß man i. allg. einen größeren Wärmeverbrauch zugunsten einer kleineren Abmessung der Apparatur in Kauf nehmen wird; arbeitet man bei der für kurze Rohrlängen günstigsten Rohrweite ($\Delta x = \Delta x_0$), so frißt nach (10) die Rückdiffusion $^2/_3$ des gesamten Wärmeaufwands auf.

Für den genauen Wert des Wärmeverbrauchs ist Gl. 10 maßgebend. Es ist von Interesse, denjenigen Gasstrom G_{opt} aufzusuchen, bei dem der letzte Faktor in (10) und damit der Wärmeverbrauch möglichst gering wird. Dies ist nur durch numerische Rechnung möglich. In Abb. 3 haben wir die so bestimmten Werte G_{opt}/G_{max} als Funktion von c_0 und c_z aufgetragen und in Abb. 4 den zugehörigen Wärmeverbrauch, Q_{opt}, dividiert durch Q_0. Man erkennt, daß man — je nach dem Konzentrationsintervall — mit dem 1,5- bis 3fachen von Q_0 auskommt. Nur bei extremen Endkonzentrationen c_z braucht man nahezu das 4fache.

Als numerisches Beispiel geben wir den Wärmeaufwand zur Trennung der Chlor-Isotope. Zur Gewinnung ganz reiner Isotope, also mit c_z genau = 1, ist nach (11a) wegen des Ausdrucks $1 - c_z$ im Nenner des Logarithmus ein unendlich großer Wärmeaufwand erforderlich. Wir müssen uns also mit einem bestimmten Reinheitsgrad begnügen und wählen den von *Clusius* u. *Dickel*[4]) erreichten Reinheitsgrad von 99,5%, d. h. $c_z = 0{,}995$. Weiter wählen wir etwa die bei *Clusius* u. *Dickel* vorliegenden Temperaturen, d. h. $\Delta T/T = 1$ und T etwa 650° K. Für die Thermodiffusionskonstante α wählen wir, da experimentelle Werte nicht vorliegen, die Schätzung aus *J*, l. c, Gl. (1 b): $\alpha = 0{,}009$. Zur Trennung eines Mols HCl müssen wir 0,243 Mol des schweren und 0,757 Mol des leichten Isotops gewinnen. Also bekommen wir $Q_0 = 0{,}243 \cdot Q_0^{37} + 0{,}757 \cdot Q_0^{35}$. Setzen wir nun in (11a) $C_v \sim 5$ cal und $\Delta x \gg \Delta x_0$, so ergibt sich

$$Q_0 = 0{,}8 \cdot 10^9 \text{ cal}$$

oder, da nach Abb. 4, $Q_{opt} \sim 3{,}5\, Q_0$ ist, ergibt sich als Energieverbrauch unter optimalen Bedingungen etwa $3 \cdot 10^9$ cal zur Trennung eines Mols Chlor bei einem Reinheitsgrad von 99,5%. *Clusius* u. *Dickel* geben als tatsächlichen Energieverbrauch $3{,}7 \cdot 10^{10}$ cal an. Der zwölfmal größere Wert ist auf verschiedene Gründe zurückzuführen, nämlich u. a.:

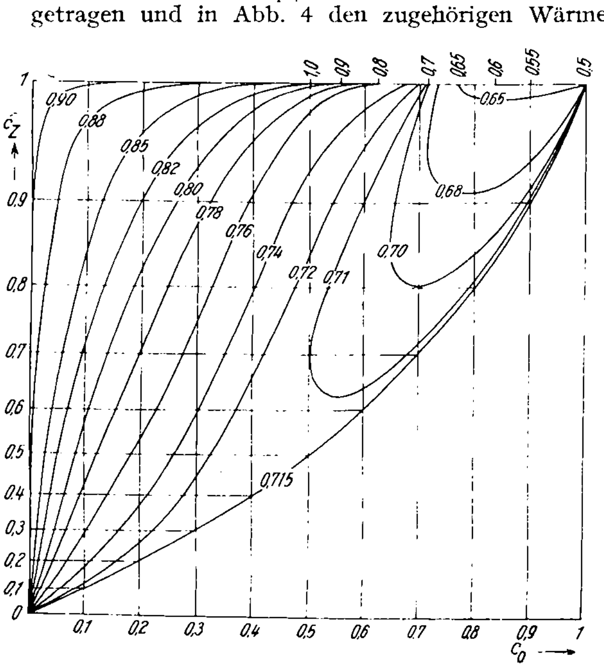
1. Die *Clusius-Dickel*-Rohre waren drahtgeheizt, es sind also in (9) für l und τ_0 die Formeln (20′) aus *J*. l. c. für eine zylindersymmetrische Anordnung zu benutzen, das hat zur Folge, daß in (10) und (11a) der Faktor 1,85 durch einen größeren Faktor zu ersetzen ist.
2. $(\Delta x_0/\Delta x)^6$ ist nicht ganz gegen 1 zu vernachlässigen, so daß in (11a) die geschweifte Klammer einen Faktor größer als 1 darstellt.
3. Der genaue Wert von α ist nicht bekannt, da er in (11a) quadratisch eingeht, so würde ein kleinerer Wert als unsere Schätzung den Energieverbrauch stark erhöhen.
4. Der Gasstrom G war nicht für geringsten Wärmeverbrauch optimal gewählt, so daß Q/Q_0 größer als 3,5 zu setzen ist.
5. Wärmeverluste durch Strahlung wurden in den Formeln 8—11 nicht berücksichtigt.

Zum Schluß möchte ich nicht versäumen, Herrn Prof. *H. Jensen* für die Anregung zu dieser Arbeit meinen verbindlichsten Dank auszusprechen. *Eingeg. 15. Januar 1942.* [A. 3.]

[4] Vgl. Z. physik. Chem., Abt. B 44, 451 [1939].

Berichtigung.

In dem Aufsatz von Prof. Dr. *H. Jensen*: „Das *Clusius-Dickel*sche Trennrohr und die physikalisch-mathematische Theorie seiner Wirkungsweise und Leistungsfähigkeit" muß in Gleichung 20c auf S. 409 des vorigen Jahrgangs dieser Zeitschrift die **3.** Wurzel stehen. Die Gleichung lautet also: $\Delta x_0 = 7{,}52 \sqrt[3]{\frac{\eta D}{g\rho} \frac{T}{\Delta T}}$ Gleichung 5 ist bereits auf S. 523 berichtigt worden.



← Abb. 3. Optimaler Entnahmestrom G_{opt} in Einheiten G_{max}. Abscisse c_0, Ordinate c_z.

Die Kurven und beigeschriebenen Zahlen geben die zugehörigen Werte von G_{opt}/G_{max} an.

Abb. 4. Geringster Wärmeverbrauch Q_{opt} (bei $G = G_{opt}$) in Einheiten Q_0. Koordinaten wie in Abb. 3. →

Die Kurven und beigeschriebenen Zahlen geben die zugehörigen Werte von Q_{opt}/Q_{max} an.